

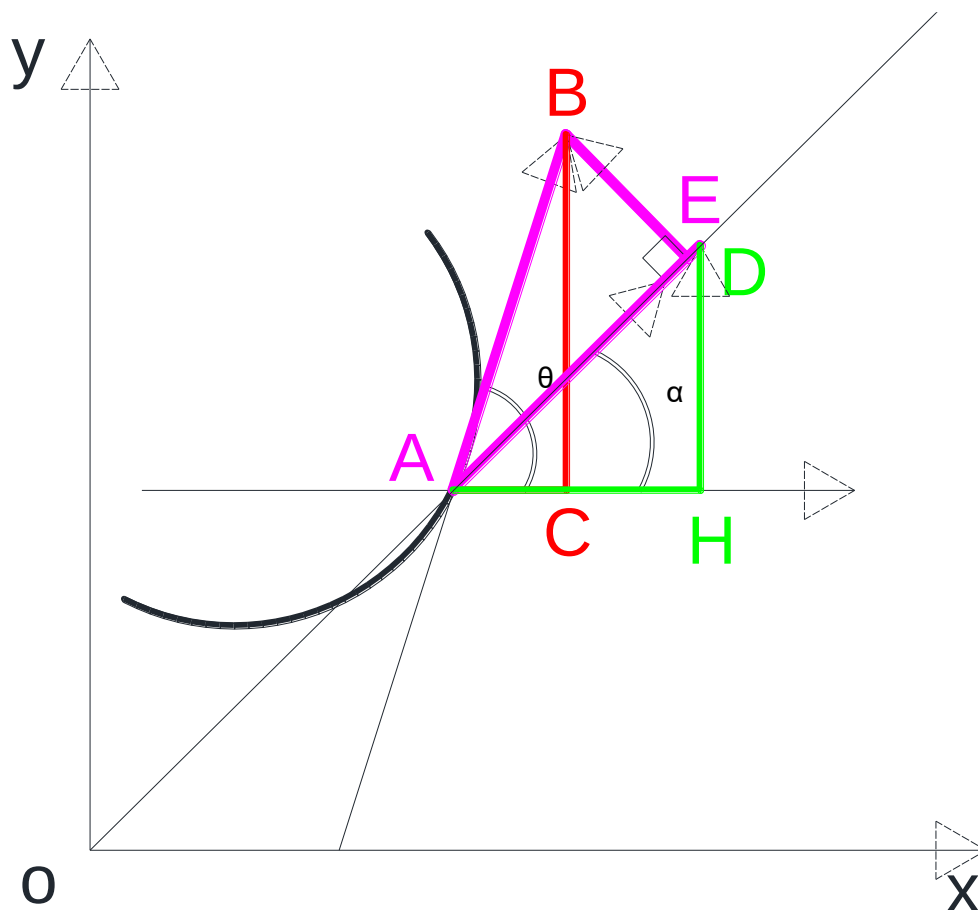
معادله سرعت سفینه در فضای (xyz)

برای کاربردی نمودن معادلات دیفرانسیل مرتبه اول در فضای (xyz) در سایت www.p3m.ir و مجله Journal of Advances in Mathematics شماره ۹ صفحه ۳۰۷۲ چاپ شده است.

حال چنانچه هیچگونه معادله دیفرانسیلی و یا معادله ریاضی موجود نباشد و بخواهیم مسیر متحرکی که بر اساس فرمان فضاانورد به صورت دلخواه حرکت می نماید را محاسبه نماییم و رابطه ریاضی سرعت را بدست آوریم بر طبق روش زیر عمل می نماییم. مسیر سرعت متحرک در هر لحظه بردار $(\vec{AB})$ می باشد. برای بدست آوردن معادله سرعت متحرک کافی است که بردار سرعت $(\vec{AB})$ را روی معادله حرکت متحرک $(\vec{OA})$ تصویر نماییم. معادله سرعت بدست آمده معادله سرعت متحرک می باشد و معادله حرکت متحرک (در صفحه oxy) عبارت است از $(\vec{OA} = \sqrt{x^2 + y^2})$

حال با بدست آمدن معادله سرعت متحرک بر روی مسیر $(\vec{OA})$ رابطه V_{AD} برقرار می باشد. اینک لازم است معادله سرعت متحرک بدست آمده را بر روی دو محور (ox) و (oy) بدست آوریم یعنی سرعت بر روی محور (ox) V_x و سرعت بر روی محور (oy) V_y

حال در صفحه (oxz) نیز می توان به روش فوق عمل نمود و فقط بجای V_y ، V_z را منظور نمود. اینک با داشتن سه پارامتر V_x, V_y, V_z معادله سرعت در فضای (xyz) به دست می آید.



$$V_{AC}=V_X, V_{AB} = \sqrt{V_{AB}^2 + V_{CD}^2}$$

$$V_{CB}=V_y$$

$$V_{AH} = V_X, V_{AD} = \sqrt{V_{AH}^2 + V_{HD}^2}$$

$$V_{HD}=V_y$$

$$\triangle ABC \Rightarrow \frac{V_{CB}}{V_{AC}} = \frac{V_y}{V_x} = \tan \theta$$

$$\triangle ADH \Rightarrow \frac{\overline{HD}}{\overline{AH}} = \tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\triangle ABE \Rightarrow V_{AE} = V_{AB} \cdot \cos(\alpha - \theta)$$

$$\cos(\alpha - \theta) = \cos \alpha \cdot \cos \theta + \sin \alpha \cdot \sin \theta$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{y^2}{x^2}}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1+\tan^2 \alpha}} = \frac{y/x}{\sqrt{1+\frac{y^2}{x^2}}} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 \theta}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{V_y^2}{V_x^2}}} = \frac{V_x}{\sqrt{V_x^2+V_y^2}}$$

$$\sin \theta = \frac{\tan \theta}{\sqrt{1+\tan^2 \alpha}} = \frac{V_y/V_x}{\sqrt{1+\frac{V_y^2}{V_x^2}}} = \frac{V_y}{\sqrt{V_x^2+V_y^2}}$$

$$\cos(\alpha - \theta) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \cdot \frac{V_x}{\sqrt{V_x^2+V_y^2}} + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \cdot \frac{V_y}{\sqrt{V_x^2+V_y^2}} = \frac{x \cdot V_x + y \cdot V_y}{\sqrt{x^2+y^2} \cdot \sqrt{V_x^2+V_y^2}} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} V_{AB} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \\ V_{AE} = V_{AB} \cdot \cos(\alpha - \theta) \end{cases}$$

$$V_{AE} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \cdot \frac{x \cdot V_x + y \cdot V_y}{\sqrt{x^2 + y^2} \cdot \sqrt{V_x^2 + V_y^2}} = \frac{x \cdot V_x + y \cdot V_y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$V_{AH} = V_x = V_{AE} \cdot \cos \alpha = \frac{x \cdot V_x + y \cdot V_y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x(x \cdot V_x + y \cdot V_y)}{x^2 + y^2}$$

$$V_{HD} = V_y = V_{AE} \cdot \sin \alpha = \frac{x \cdot V_x + y \cdot V_y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{y(x \cdot V_x + y \cdot V_y)}{x^2 + y^2}$$

$$(oxy)\left\{\overline{OA}\right|_y^x\Rightarrow\overrightarrow{OA}\Rightarrow\overrightarrow{AE}\left|V_x=\frac{x(x.Vx+y.Vy)}{(x^2+y^2)}\right.\\V_y=\frac{y(x.Vx+y.Vy)}{(x^2+y^2)}\left.\right\}$$

$$(oxz)\left\{\right|_z^x\Rightarrow\left|V_x=\frac{x(x.Vx+z.Vz)}{(x^2+z^2)}\right.\\V_z=\frac{z(x.Vx+z.Vz)}{(x^2+z^2)}\left.\right\}$$

$$(xyz)\Leftrightarrow V_T=\sqrt{V^2x+V^2y+V^2z}$$