

کاربردی نمودن معادلات دیفرانسیل:

در فصل قبل راجع به پارامتر سرعت بر روی محورهای (ox,oy,oz) بحث نمودیم . لذا برای معادله دیفرانسیلی که به صورت زیر نوشته شده باشد کافیت طرفین معادله را بر (dt) تقسیم نمائیم ، معادله دیفرانسیل مزبور تبدیل به معادله دیفرانسیل کاربردی خواهد شد . بطور مثال :

$$F(x,y,y',z',z,c) = 0 \Rightarrow F(x,y,\frac{dy}{dx},\frac{dz}{dx},z,c) = 0 \Rightarrow F(x,y,\frac{dy/dt}{dx/dt},\frac{dz/dt}{dx/dt},z,c) \Rightarrow F(x,y,\frac{vy}{vx},\frac{vz}{vx},z,c) = 0$$

$$F(x,y,\frac{vy}{vx},\frac{vz}{vx},z,c) = 0$$

اینک معادله دیفرانسیل مرتبه اول به معادله دیفرانسیل کاربردی تبدیل شده ولی برای رایانه تعریف نشده است . چنانچه بخواهیم سرعت را برای رایانه تعریف نمائیم بایستی از رابطه زیر هم استفاده نمائیم .

$$V = \sqrt{V^2x + V^2y + V^2z}$$

و چون پارامتر سرعت در فضای ۳ بعدی (V) دارای محدودیت می باشد . لذا سرعت (V) بایستی بزرگتر از صفر و کوچکتر از (300,000) کیلومتر بر ثانیه باشد .

$$0 < V \leq 300,000$$

مواردی که می توان در صنعت استفاده نمود عبارتست از :

ماشینهای CNC کنترل سفینه ها که بر روی منحنی مورد نظر (معادلات دیفرانسیل و روابط و معادلات جبری و مثلثات دینامیکی و غیره) حرکت می نمایند و هر گونه فرمان ها و هدایتهای اشیاء فضایی .

شایان ذکر است برای کاربردی نمودن معادلات دیفرانسیل مرتبه اول ، می توان مستقیماً آن معادله را کاربردی نمود و نیازی به حل معادلات فوق نمی باشد .

معادلات دیفرانسیلی زیر را کاربردی نمائید :

- 1) $y' + 2.y = e^{-x} \Rightarrow Vy/Vx + 2.y = e^{-x}$, $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 2) $x^2.y' + 3xy = \frac{\sin x}{x} \Rightarrow x^2.Vy/Vx + 3xy = \frac{\sin x}{x}$, $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 3) $y' + \frac{y}{x} = 3 \cos^2 x \Rightarrow Vy/Vx + \frac{y}{x} = 3 \cos^2 x$, $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 4) $y' + y = x e^x \Rightarrow Vy/Vx + y = x e^x$, $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 5) $y' + y \cdot \tan x = x \cdot \sin^2 x \Rightarrow Vy/Vx + y \cdot \tan x = x \cdot \sin^2 x$, $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 6) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{1}{1+x^2} \Rightarrow Vy/Vx + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{1}{1+x^2}$, $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 7) $y' + x^2 y = 1 \Rightarrow Vy/Vx + x^2 y = 1 \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 8) $y' + 4y (\tan^2 x) = \tan^2 x \Rightarrow Vy/Vx + 4y (\tan^2 x) = \tan^2 x \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 9) $xy' (\log_n x) = x \log_n (x-y) \Rightarrow x \frac{Vx}{Vy} (\log_n x) = x \log_n (x-y) \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 10) $y' = (-\cos x)y + 6 \cos^2 x \Rightarrow Vy/Vx = (-\cos x)y + 6 \cos^2 x \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$

در این نوع معادلات دیفرانسیل ابتدا طرفین رابطه را بر (dt) تقسیم می نمائیم و سپس بجای $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ پارامتر سرعت را جایگزین می نمائیم :

$$\frac{dx}{dt} = Vx$$

$$\frac{dy}{dt} = Vy$$

معادلات دیفرانسیلی زیر را کاربردی نمائید :

- 11) $y(zx^2y^3+3)dx+x(x^2y^3-1)dy=0 \Rightarrow y(zx^2y^3+3)\frac{dx}{dt} + x(x^2y^3-1)\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow y(zx^2y^3+3)Vx + x(x^2y^3-1)Vy = 0 \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 12) $(y^2+yx^2)dx+(x^3-3xy)dy=0 \Rightarrow (y^2+yx^2)\frac{dx}{dt} + (x^3-3xy)\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow (y^2+yx^2)Vx + (x^3-3xy)Vy = 0 \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 13) $Y(2-3xy)dx-xdy=0 \Rightarrow y(2-3xy)\frac{dx}{dt} - x\frac{dy}{dt}=0 \Rightarrow y(2-3xy)Vx-xVy=0 \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 14) $(4xy+3y^4)dx+(2x^2+5xy^3)dy=0 \Rightarrow (4xy+3y^4)\frac{dx}{dt} + (2x^2+5xy^3)\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow (4xy+3y^4)Vx+(2x^2+5xy^3)Vy=0 \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$
- 15) $Y(x^4y-1)dx+x(xy^4-1)dy=0 \Rightarrow y(x^4y-1)\frac{dx}{dt} + x(xy^4-1)\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow y(x^4y-1)Vx+x(xy^4-1)Vy=0 \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, $0 < V \leq 300,000$

$$16)(y^2+2xy+y)dx-(2xy+x^2-x)dy=0 \Rightarrow (y^2+2xy+y)\frac{dx}{dt} - (2xy+x^2-x)\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow (y^2+2xy+y)V_x - (2xy+x^2-x)V_y = 0 \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, 0 < V \leq 300,000$$

$$17)(2x^2y+y^2)dx+(2x^3-xy)dy=0 \Rightarrow (2x^2y+y^2)\frac{dx}{dt}+(2x^3-xy)\frac{dy}{dt}=0 \Rightarrow (2x^2y+y^2)V_x+(2x^3-xy)V_y=0 \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, 0 < V \leq 300,000$$

$$18)y(4x+3y^2)dx+x(2x+4y^2)dy=0 \Rightarrow y(4x+3y^2)\frac{dx}{dt}+x(2x+4y^2)\frac{dy}{dt}=0 \Rightarrow y(4x+3y^2)V_x+x(2x+4y^2)V_y=0 \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, 0 < V \leq 300,000$$

$$19)\frac{dy}{dx} = \frac{-y(\tan x + \log_n y)}{\tan x} \Rightarrow \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{-y(\tan x + \log_n y)}{\tan x} \Rightarrow \frac{V_y}{V_x} = \frac{-y(\tan x + \log_n y)}{\tan x} \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, 0 < V \leq 300,000$$

$$20)\frac{dy}{dx} = \frac{(zy+3xy^2)}{3x+4yx^2} \Rightarrow \frac{dy/dt}{dx/dt} = -\frac{zy+3xy^2}{3x+4yx^2} \Rightarrow \frac{V_y}{V_x} = \frac{2y+3xy^2}{3x+4yx^2} \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, 0 < V \leq 300,000$$